$$- \sum_{\mathbf{kk}'n} \Big[\big(c^{+}_{\mathbf{k}'\uparrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} - c^{+}_{\mathbf{k}'\downarrow} c_{\mathbf{k}\downarrow}\big) \Big(\frac{1}{2} c^{+}_{n\uparrow} c_{n\uparrow} - \frac{1}{2} c^{+}_{n\downarrow} c_{n\downarrow}\Big) + \\ + c^{+}_{\mathbf{k}'\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} c^{+}_{n\uparrow} c_{n\downarrow} + c^{+}_{\mathbf{k}'\uparrow} c_{\mathbf{k}\downarrow} c^{+}_{n\downarrow} c_{n\uparrow} \Big] \langle \mathbf{k}'n | V | n\mathbf{k} \rangle. \quad (2.112)$$

Согласно (ч. I.38.5), (ч. I.38.6), комбинации операторов c_n — в точности операторы спина S_z, S_+ и S_-. Следовательно, для второго (обменного) члена в (2.112) можно записать

$$H'_{\text{ex}} = - \sum_{\mathbf{kk}'n} \langle \mathbf{k}'n | V | n\mathbf{k} \rangle \big[\big(c^{+}_{\mathbf{k}'\uparrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} - c^{+}_{\mathbf{k}'\downarrow} c_{\mathbf{k}\downarrow}\big) S_{nz} + \\ + c^{+}_{\mathbf{k}'\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} S_{n+} + c^{+}_{\mathbf{k}'\uparrow} c_{\mathbf{k}\downarrow} S_{n-} \big]. \quad (2.113)$$

Этот оператор описывает четыре процесса, посредством которых электрон может перейти из состояния $\mathbf{k}$ в состояние $\mathbf{k}'$. В исходном состоянии электрон имеет одно из двух возможных направлений спина, а в конечном — либо то же самое, либо противоположное направление спина. В первом порядке расчета по теории возмущений эти процессы дают лишь не зависящие от температуры вклады. Важнее процессы второго порядка, которые идут через промежуточное состояние. Рассмотрим, в частности, процессы перехода из состояния $\mathbf{k}\uparrow$ в $\mathbf{k}'\uparrow$. Имеем тогда четыре возможности.

а) Электрон переходит в незаполненное состояние $\mathbf{k}''$, а оттуда переходит в $\mathbf{k}'$. При этом в $\mathbf{k}''$ электрон сохраняет направление спина или оно может быть изменено на противоположное.

б) Электрон переходит сначала из заполненного состояния $\mathbf{k}''$ в состояние $\mathbf{k}'$, а затем электрон $\mathbf{k}$ перескакивает в дырку $\mathbf{k}''$. Здесь также возможны два направления спина в $\mathbf{k}''$.

Для дальнейших вычислений упрощаем (2.113), полагая обменный матричный элемент (2.111) постоянным и отрицательным. Обозначим его через $-J$. В качестве вклада второго порядка в гамильтониан для процесса $\mathbf{k}\uparrow$ в $\mathbf{k}'\uparrow$ при фиксированном n, который следует тогда из возможности а) (переворот спина в промежуточном состоянии), имеем

$$H'^{(2)}_{\text{ex,а}} = \sum_{\mathbf{k}''} J^2 \frac{c^{+}_{\mathbf{k}'\uparrow} c_{\mathbf{k}''\downarrow} c^{+}_{\mathbf{k}''\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} S_{n-} S_{n+}}{E(\mathbf{k}) - E(\mathbf{k}'')}, \quad (2.114а)$$

а из возможности б) (также с переворотом спина)

$$H'^{(2)}_{\text{ex,б}} = \sum_{\mathbf{k}''} J^2 \frac{c^{+}_{\mathbf{k}''\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} c^{+}_{\mathbf{k}'\uparrow} c_{\mathbf{k}''\downarrow} S_{n+} S_{n-}}{E(\mathbf{k}) - [E(\mathbf{k}) + E(\mathbf{k}') - E(\mathbf{k}'')]}. \quad (2.114б)$$

Соответствующие выражения без переворота спина можно получить, перевернув обозначающие направление спина стрелки в $c^{(+)}_{\mathbf{k}''}$ и заменив S_- и S_+ на S_z. Прежде чем прибавить эти вклады, заметим, что, с точностью до знака, знаменатель в (2.114б) вследствие $E(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}')$ равен знаменателю в (2.114а). Далее, перегруппиро-