

в то время как во внешнем пространстве $z > a$ мы находим экспоненциально спадающие решения:

$$E_x(z) = A \exp(-\alpha_0 z), \quad E_z(z) = i \frac{k_x}{\alpha_0} A \exp(-\alpha_0 z),$$

$$\left[\alpha_0 = \left(k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{1/2} \right]^* \quad (2.135)$$

и, соответственно, для $z < -a$.

Требования непрерывности для E_x и $D_x = \epsilon(\omega) E_x$ на поверхности $z = a$ приводят к следующему условию:

$$\epsilon = \frac{\alpha}{\alpha_0} \left[\frac{\exp(-\alpha a) \mp \exp(\alpha a)}{\exp(-\alpha a) \pm \exp(\alpha a)} \right]. \quad (2.136)$$

Для больших толщин пластины выражение (2.136) приобретает вид $\epsilon = -|\alpha/\alpha_0|$, из которого после подстановки выражений для α и α_0 получаем

$$\omega = k_x c \sqrt{\frac{\epsilon(\omega) + 1}{\epsilon(\omega)}}. \quad (2.137)$$

Когда k_x велик, отсюда получаем $\epsilon(\omega) \rightarrow -1$ и, следовательно, выражение (2.130).

Для малых толщин пластины появляются объемные колебания, которые определяются граничными условиями на двух поверхностях. Поверхности в таком случае определяют весь колебательный спектр пластины. Обычные объемные колебания в неограниченной среде и *дополнительно* локализованные поверхностные колебания получаются только для больших толщин.

Решения (2.134—2.136) содержат, однако, даже больше информации. Во-первых, видим, что решения, которые экспоненциально спадают вдали от поверхности, возможны лишь для $k_x > \omega/c$. Для $k_x < \omega/c$ величина α_0 становится мнимой. Выражения (2.135) описывают волны, которые распространяются наружу.

Во-вторых, выражение (2.136) ведет к ограничению возможного диапазона ω . Для толстых пластин получаем $\epsilon = -|\alpha/\alpha_0|$, т. е. отрицательную величину ϵ . Согласно выражению (2.128) это может быть выполнено, только когда $\omega_T < \omega < \omega_L$.

Полный анализ уравнений Максвелла приводит тогда к следующей картине (рис. 36): каждая мода колебаний типа (2.132) для системы вакуум — пластина — вакуум может быть создана суперпозицией (в обоих направлениях оси z) незатухающих распространяющихся и затухающих стоячих волн в среде и затухающих наружу или распространяющихся волн в вакууме.

Диаграмма $\omega - k_x$ может быть разделена на области, в которых возможны только определенные типы волн. В области L_2 на рис. 36