Приложение
ФУНКЦИИ ГРИНА

В последние годы в физике твердого тела стали широко применяться математические методы квантовой теории поля. Эти методы оказываются, например, всегда особенно целесообразными, когда необходимо исследовать общие свойства многочастичной системы. То, что в первых двух частях книги эти методы не привлекались, объясняется высокой степенью симметрии, которой обладает рассматривавшаяся многочастичная система «кристаллическое твердое тело». Действительно, как мы видели в ч. I, гл. IV, периодичность решетки решительным образом упрощает процедуру решения одноэлектронного уравнения Шредингера. При описании же движения электрона в неупорядоченной атомной структуре (жидкость, аморфное твердое тело), подобные упрощения невозможны даже в одноэлектронном приближении.

Центральную роль в теоретико-полевых методах играет *функция Грина*. О ней и пойдет речь в этом Приложении. Данное изложение, однако, имеет целью ознакомить читателя только с некоторыми важнейшими понятиями и возможными применениями. Истинное введение в эти методы в рамках одного Приложения невозможно. Поэтому отсылаем читателя к монографиям по теории многочастичных систем, особенно к [36]—[38] и [42].

Ниже мы обсуждаем только два круга проблем, которые тесно связаны с материалом этой книги. Прежде всего, мы покажем, дав общее определение функции Грина, как с ее помощью можно количественно описать понятия *квазичастицы*, ее энергетического спектра и времени жизни. В качестве примера рассматривается электронный газ с взаимодействием и без взаимодействия. Этим мы углубляем изложение ч. I, § 10.

Большая часть физики твердого тела посвящена рассмотрению той или иной системы невзаимодействующих квазичастиц в некоем заданном потенциале (одночастичное приближение). Во второй части Приложения эта проблема рассматривается с точки зрения метода функции Грина. Таким образом, получаем возможность установить принципиальную связь между зонной моделью кристалла и энергетическим спектром электрона в неупорядоченной атомной структуре.

Для определения функции Грина нам нужны два понятия из квантовой механики, которые мы кратко напоминаем.

а) *Операторы поля.* Пусть для системы частиц (бозонов или фермионов) a_i^+ и a_i^- — операторы рождения и уничтожения в представлении чисел заполнения (см. ч. I, Приложение А), а $\varphi_i(\mathbf{r})$ — волновые функции частицы в состоянии i. Тогда операторы поля определяются как

$$\hat{\psi}^+(\mathbf{r}) = \sum_i \varphi_i^*(\mathbf{r})\, a_i^+, \qquad \hat{\psi}(\mathbf{r}) = \sum_i \varphi_i(\mathbf{r})\, a_i. \tag{П.1}$$

Такие операторы уже были введены в (ч. II.83.6). Они описывают образование или уничтожение частицы в точке $\mathbf{r}$.

Из коммутационных соотношений для a_i^+ и a_i, приведенных в Приложении А в ч. I *), следуют коммутационные соотношения для операторов поля:

$$[\hat{\psi}(\mathbf{r}), \hat{\psi}^+(\mathbf{r}')]_\mp = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'), \qquad [\hat{\psi}(\mathbf{r}), \hat{\psi}(\mathbf{r}')]_\mp = [\hat{\psi}^+(\mathbf{r}), \hat{\psi}^+(\mathbf{r}')]_\mp = 0, \tag{П.2}$$

*) $\left[a_i, a_{i'}^+\right] = \delta_{ii'}$. (*Примеч. пер.*)