где знаки $\mp$ означают, что для бозонов имеют место коммутаторы, а для фермионов — антикоммутаторы.

Операторы, которые можно представить в виде суммы одночастичных или двухчастичных операторов, легко могут быть описаны через операторы поля. Из соответствующих соотношений (ч. I, II. A.31) и (ч. I, II. A.33) следует

$$H = \sum_i h(\mathbf{r}_i) = \int \hat{\psi}^+(\mathbf{r})\, h(\mathbf{r})\, \hat{\psi}(\mathbf{r})\, d\tau$$

и, соответственно,

$$H = \sum_{ij} h(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \int \hat{\psi}^+(\mathbf{r}_1)\, \hat{\psi}^+(\mathbf{r}_2)\, h(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\, \hat{\psi}(\mathbf{r}_1)\, \psi(\mathbf{r}_2)\, d\tau_1\, d\tau_2. \quad (\text{П.3})$$

б) *Представления Шредингера и Гейзенберга.* В уравнении Шредингера волновые функции зависят от времени, а операторы — нет. Изменение во времени ожидаемого значения какой-либо наблюдаемой величины проистекает здесь из временной зависимости $\varphi(\mathbf{r}, t)$:

$$\langle \Omega(t) \rangle = \langle \varphi(\mathbf{r}, t) | \Omega | \varphi(\mathbf{r}, t) \rangle.$$

Теперь каждое решение временно́го уравнения Шредингера $-(i/\hbar)H\varphi = \dot{\varphi}$ при не зависящем от времени операторе Гамильтона имеет вид $\varphi(t) = \exp[-(i/\hbar)Ht]\varphi(0)$. Тогда $\langle \Omega(t) \rangle$ можно записать также в виде

$$\langle \Omega(t) \rangle = \left\langle \varphi(0) \left| \exp\left(\frac{i}{\hbar} Ht\right) \Omega \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Ht\right) \right| \varphi(0) \right\rangle \equiv \langle \varphi(0) \,|\, \Omega(t) \,|\, \varphi(0) \rangle. \quad (\text{П.4})$$

После последнего преобразования матричный элемент содержит зависящий от времени оператор и не зависящие от времени волновые функции. Это представление называют, в отличие от первоначального *представления Шредингера*, *представлением Гейзенберга*. В этом представлении изменение во времени оператора имеет вид

$$\dot{\Omega}(t) = \frac{d}{dt}\left[\exp\left(\frac{i}{\hbar} Ht\right) \Omega \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Ht\right)\right] = \frac{i}{\hbar}[H\Omega]_- \quad (\text{П.5})$$

Наряду с этими двумя возможностями дается еще так называемое *представление взаимодействия*, в котором зависящий от времени оператор определяется посредством оператора Гамильтона H_0 системы без взаимодействия $(H = H_0 + \delta H)$:

$$\Omega(t) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_0 t\right) \Omega \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_0 t\right). \quad (\text{П.6а})$$

Волновая функция остается зависящей от времени и удовлетворяет уравнению Шредингера с оператором Гамильтона $\delta H(t)$:

$$-\frac{\hbar}{i}\dot{\varphi}(\mathbf{r}, t) = \delta H(t)\, \varphi(\mathbf{r}, t) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_0 t\right) \delta H \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_0 t\right) \varphi(\mathbf{r}, t). \quad (\text{П.6б})$$

Это представление мы используем в (1.65).

С помощью этих понятий мы теперь в состоянии ввести *функцию Грина*. По определению

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2) = -i\langle \Psi_0 | T[\hat{\psi}(\mathbf{r}_1, t_1)\hat{\psi}^+(\mathbf{r}_2, t_2)] | \Psi_0 \rangle, \quad (\text{П.7})$$

где Ψ_0 — основное состояние многочастичной системы, $\hat{\psi}(\mathbf{r}, t)$ — соответству-