ющие операторы поля в представлении Гейзенберга:

$$\widehat{\psi}(\mathbf{r}, t) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} Ht\right) \widehat{\psi}(\mathbf{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Ht\right), \qquad (\text{П}.8)$$

T — хронологический оператор, который упорядочивает произведение операторов поля таким образом, чтобы более ранние времена находились справа от более поздних. Для фермионов T содержит, кроме того, фактор $(-1)^p$, где p — число перестановок, которые образуют упорядоченное по времени произведение из произведения операторов поля в (П.7).

Для фермионов операторы поля зависят еще от спина фермиона. Поскольку далее спин нам не потребуется, спиновые индексы опускаем.

Если записать условие упорядочения по времени в явном виде, то получаем для функции Грина фермионов

$$G = \begin{cases} -i \langle \Psi_0 | \widehat{\psi}(\mathbf{r}_1, t_1) \widehat{\psi}^+(\mathbf{r}_2, t_2) | \Psi_0 \rangle & \text{для } t_1 > t_2, \\ +i \langle \Psi_0 | \widehat{\psi}^+(\mathbf{r}_2, t_2) \widehat{\psi}(\mathbf{r}_1, t_1) | \Psi_0 \rangle & \text{для } t_1 < t_2, \end{cases} \qquad (\text{П}.9)$$

или

$$G = \begin{cases} -i\theta(t_1 - t_2) \langle \Psi_0 | \widehat{\psi}(\mathbf{r}_1, t_1) \widehat{\psi}^+(\mathbf{r}_2, t_2) | \Psi_0 \rangle, \\ +i\theta(t_2 - t_1) \langle \Psi_0 | \widehat{\psi}^+(\mathbf{r}_2, t_2) \widehat{\psi}(\mathbf{r}_1, t_1) | \Psi_0 \rangle, \end{cases} \qquad (\text{П}.10)$$

где $\theta(t)$ — ступенчатая функция: $\theta(t) = 0$ для $t < 0$ и $\theta(t) = 1$ для $t > 0$.

В дальнейшем будет показано, что функция Грина содержит всю информацию относительно рассматриваемой системы. При этом мы ограничиваемся обсуждением электронного газа, который уже рассматривался в гл. II, ч. I (без взаимодействия) и в гл. III, ч. I (со взаимодействием).

Вследствие (пространственной и временной) трансляционной инвариантности оператора Гамильтона функция Грина может зависеть только от разностей $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ и $t = t_1 - t_2$:

$$G = G(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, t_1 - t_2) = G(\mathbf{r}, t).$$

От этого предположения нам придется позже, когда мы будем рассматривать электронный газ в потенциале ионов решетки, отказаться.

Важными величинами являются фурье-преобразования функции Грина. Прежде всего делаем преобразование только относительно пространственных координат и определяем

$$G(\mathbf{k}, t) = \int G(\mathbf{r}, t) \exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})\, d\tau, \qquad (\text{П}.11)$$

где

$$G(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int G(\mathbf{k}, t) \exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})\, d\tau_{\mathbf{k}}. \qquad (\text{П}.12)$$

Для электронного газа, приравнивая, ради простоты, $\mathbf{r}_2$ и t_2 нулю, положим

$$G(\mathbf{k}, t) = \int d\tau \exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) \left\{-i \langle \Psi_0 | T[\widehat{\psi}(\mathbf{r}, t) \widehat{\psi}^+(0, 0)] | \Psi_0 \rangle\right\} =$$

$$= \frac{1}{V_g} \sum_{\mathbf{k}'\mathbf{k}''} \int d\tau \exp(-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) \left\{-i \langle \Psi_0 | T[\exp(i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r})\, c_{\mathbf{k}'}(t)\, c^+_{\mathbf{k}''}(0)] | \Psi_0 \rangle\right\}, \qquad (\text{П}.13)$$

где $c_{\mathbf{k}}(t)$ — операторы в представлении Гейзенберга. Матричные элементы равны нулю, когда $\mathbf{k}' \neq \mathbf{k}''$. Если положить $\mathbf{k}' = \mathbf{k}''$, то интегрирование дает даль-