нейшее условие: $\mathbf{k}' = \mathbf{k}$. Отсюда следует:

$$G(\mathbf{k}, t) = -i \langle \Psi_0 | T [c_{\mathbf{k}}(t) c_{\mathbf{k}}^{+}(0)] | \Psi_0 \rangle. \tag{П.14}$$

Смысл $G(\mathbf{k}, t)$ становится очевидным, если поставить вопрос о вероятности найти в более поздний момент времени t все еще в том же состоянии квазичастицу, образовавшуюся в момент времени $t = 0$ в состоянии $\mathbf{k}$. Волновая функция частицы при $t = 0$ есть $\varphi_{\mathbf{k}}(0) = c_{\mathbf{k}}^{+}\Psi(0)$ (представление Шредингера). В момент времени t отсюда получается $\varphi_{\mathbf{k}}(t) = \exp[-(i/\hbar) Ht]\, c_{\mathbf{k}}^{+}\Psi(0)$. Поскольку электрон все еще находится в состоянии $\mathbf{k}$, амплитуда вероятности этого будет $\langle \varphi_{\mathbf{k}}(t) | \varphi(t) \rangle$, где $\varphi_{\mathbf{k}}(t) = c_{\mathbf{k}}^{+}\Psi(t) = c_{\mathbf{k}}^{+} \exp[-(i/\hbar) Ht]\, \Psi(0)$. Следовательно, имеем

$$\langle \varphi_{\mathbf{k}}(t) | \varphi(t) \rangle = \left\langle \Psi(0) \left| \exp\left(\frac{i}{\hbar} Ht\right) c_{\mathbf{k}} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Ht\right) c_{\mathbf{k}}^{+} \right| \Psi(0) \right\rangle =$$
$$= \langle \Psi(0) | c_{\mathbf{k}}(t) c_{\mathbf{k}}^{+}(0) | \Psi(0) \rangle = iG(\mathbf{k}, t). \tag{П.15}$$

Во второй строке в (П.15) мы перешли от представления Шредингера к представлению Гейзенберга. Таким образом, $G(\mathbf{k}, t)$ есть искомая амплитуда вероятности с точностью до коэффициента i.

Посредством дальнейшего преобразования относительно времени получаем

$$G(\mathbf{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(\mathbf{k}, t) \exp(i\omega t)\, dt = \int G(\mathbf{r}, t) \exp[-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)]\, d\tau\, dt, \tag{П.16}$$

где

$$G(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\mathbf{k}, \omega) \exp(-i\omega t)\, d\omega,$$
$$G(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int G(\mathbf{k}, \omega) \exp[i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)]\, d\tau_{\mathbf{k}}\, d\omega. \tag{П.17}$$

Теперь вычислим $G(\mathbf{k}, t)$ и $G(\mathbf{k}, \omega)$ для электронного газа без взаимодействия и электронного газа с взаимодействием и покажем при этом, что *полюса $G(\mathbf{k}, \omega)$ дают спектр возбуждений и время жизни квазичастиц рассматриваемой системы*. Начнем со случая без взаимодействия.

Оператор Гамильтона в представлении чисел заполнения есть [ср., например, (ч. I. 11.14)]

$$H_0 = \sum_{\mathbf{k}\sigma} E_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^{+} c_{\mathbf{k}\sigma}, \tag{П.18}$$

где $E = \hbar^2 k^2/2m$. Здесь $c_{\mathbf{k}\sigma}^{+}$ и $c_{\mathbf{k}\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения для фермионов [см. (ч. I.A.17)]. Спиновые индексы и суммирование по спину опять будем впредь опускать.

Для вычисления $G(\mathbf{k}, t)$ принимаем во внимание, что из коммутационных соотношений для $c_{\mathbf{k}}$:

$$\langle \Psi_0 | [H_0 c_{\mathbf{k}}]_- | \Psi_0 \rangle = -\langle \Psi_0 | E_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}} | \Psi_0 \rangle$$