следует

$$G(\mathbf{k}, t) = -i\left\langle \Psi_0 \left| T\left[\exp\left(\frac{i}{\hbar} H_0 t\right) c_{\mathbf{k}} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_0 t\right) c_{\mathbf{k}}^{+}\right] \right| \Psi_0 \right\rangle =$$

$$= -i \langle \Psi_0 | T(c_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}}^{+}) | \Psi_0 \rangle \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{k}} t\right), \quad (\text{П}.19)$$

следовательно,

$$G(\mathbf{k}, t) = i \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{k}} t\right) \begin{cases} (n_{\mathbf{k}} - 1) & \text{для } t > 0, \\ n_{\mathbf{k}} & \text{для } t < 0. \end{cases} \quad (\text{П}.20)$$

Здесь $n_{\mathbf{k}}$ означает число заполнения состояний. В основном состоянии все $n_{\mathbf{k}} = 1$ для $k < k_F$ и $n_{\mathbf{k}} = 0$ для $k > k_F$ (заполненная ферми-сфера).

Из вида $G(\mathbf{k}, t)$ следует, что вероятность заполнения состояния $\mathbf{k}$ не зависит от времени. В электронном газе без взаимодействия каждое заполненное состояние остается заполненным, а каждое свободное — незаполненным.

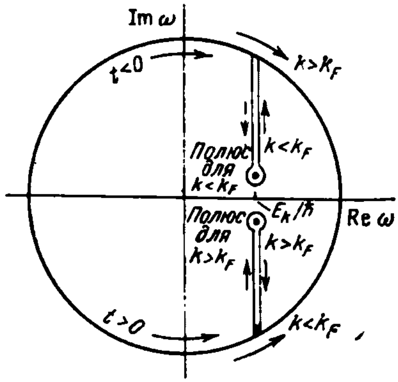

Рис. 47. К интегрированию в (П.22)

Для уяснения смысла $G(\mathbf{k}, t)$ при $t < 0$ важно еще одно замечание. Условие $t < 0$ охватывает случай, когда в (П.7) момент времени t_1 предшествует моменту времени t_2. Тогда $G(\mathbf{k}, t)$ формально является амплитудой вероятности для «бегущей в обратном направлении по времени частицы» системы. Ранее уже было показано, что *дырки* внутри ферми-сферы можно рассматривать как электроны, бегущие в обратном направлении по времени (ср., например, ч. II, рис. 57). $G(\mathbf{k}, t)$ при $t < 0$ является, следовательно, амплитудо вероятности для дырок внутри ферми-сферы. Это наблюдается также в (П.20 где $G(\mathbf{k}, t)$ при $t > 0$ не равна нулю только вне ферми-сферы, а при $t < 0$ - только внутри ферми-сферы.

Дальнейшее преобразование дает из $G(\mathbf{k}, t)$:

$$G(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\hbar}{\hbar\omega - E_{\mathbf{k}} + i\delta} \quad (\text{П}.21)$$

с бесконечно малым δ ($\delta > 0$ для $k > k_F$ и $\delta < 0$ для $k < k_F$). Это проще всего доказать путем подстановки (П.21) в (П.17):

$$G(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hbar\, i \exp(-i\omega t)}{\hbar\omega - E_{\mathbf{k}} + i\delta}\, d\omega. \quad (\text{П}.22)$$

Интегрирование проводится в комплексной плоскости ω (рис. 47). Подынтегральное выражение имеет полюс при $\omega = (E_{\mathbf{k}} - i\delta)/\hbar$. Он лежит над или под действительной осью, когда k меньше или, соответственно, больше, чем k_F. Если трансформировать контур интегрирования в полуокружность бесконечно большого радиуса в верхней или нижней полуплоскости согласно рис. 47, то при помощи теоремы о вычетах после предельного перехода $\delta \to 0$