менением числа частиц). В таком случае энергетические показатели экспонент в (П.26) принимают вид $\varepsilon_n^{N+1}+\mu$, или, соответственно, $\varepsilon_n^{N-1}-\mu$. Суммы в (П.26) можно еще преобразовать в интегралы посредством введения спектральных функций

$$\begin{aligned} A(\mathbf{k}, E) &= \sum_n \left| \langle \Psi_n^{N+1} \,|\, c_{\mathbf{k}}^{+} \,|\, \Psi_0^N \rangle \right|^2 \delta\left(E-\varepsilon_n^{N+1}\right), \\ B(\mathbf{k}, E) &= \sum_n \left| \langle \Psi_n^{N-1} \,|\, c_{\mathbf{k}} \,|\, \Psi_0^N \rangle \right|^2 \delta\left(E-\varepsilon_n^{N-1}\right). \end{aligned} \tag{П.27}$$

Тем самым получаем, наконец,

$$G(\mathbf{k}, t) = \begin{cases} -i \displaystyle\int_0^\infty dE\, A(\mathbf{k}, E) \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(E+\mu)\,t\right], & t>0, \\ +i \displaystyle\int_0^\infty dE\, B(\mathbf{k}, E) \exp\left[\frac{i}{\hbar}(E-\mu)\,t\right], & t<0, \end{cases} \tag{П.28}$$

и отсюда находим [доказательство, как для (П.21)]

$$G(\mathbf{k}, \omega) = \hbar \int_0^\infty dE \left\{ \frac{A(\mathbf{k}, E)}{\hbar\omega - E - \mu + i\delta} + \frac{B(\mathbf{k}, E)}{\hbar\omega + E - \mu - i\delta} \right\}. \tag{П.29}$$

Таким образом, $G(\mathbf{k}, \omega)$ для системы с взаимодействием представляется в виде интеграла по соответствующим функциям свободной системы с весовыми функциями $A(\mathbf{k}, E)$ и $B(\mathbf{k}, E)$.

Для случая отсутствия взаимодействия из (П.27) следует

$$A(\mathbf{k}, E) = (1-n_{\mathbf{k}})\,\delta\left(E+\mu-E_{\mathbf{k}}\right), \quad B(\mathbf{k}, E) = n_{\mathbf{k}}\delta\left(E-\mu+E_{\mathbf{k}}\right), \tag{П.30}$$

в результате чего (П.28) и (П.29) переходят в (П.20) и (П.21).

Если включается постепенно взаимодействие, то можно ожидать, что δ-функции в (П.30) уширяются. Пусть форма функции $A(\mathbf{k}, E)$ определяется приближенно посредством

$$A(\mathbf{k}, E) \propto \frac{\Gamma_{\mathbf{k}}}{(E+\mu-E_{\mathbf{k}})^2+\Gamma_{\mathbf{k}}^2}. \tag{П.31}$$

Тогда, в результате подстановки в (П.28), получаем

$$G(\mathbf{k}, t) \propto \exp\left(-\frac{i}{\hbar} E_{\mathbf{k}} t\right) \exp\left(-\Gamma_{\mathbf{k}} t\right). \tag{П.32}$$

Рождаемая оператором $c_{\mathbf{k}}^{+}$ квазичастица в системе с взаимодействием имеет лишь конечное *время жизни* $\Gamma_{\mathbf{k}}^{-1}$. Это происходит оттого, что в системе с взаимодействием $c_{\mathbf{k}}^{+}\Psi(0)$ не является собственным состоянием.

Спектральная функция $A(\mathbf{k}, E)$ вида (П.31) возможна в том случае, когда аналитическое продолжение $A(\mathbf{k}, E)$ в комплексную E-плоскость имеет полюс при $E_{\mathbf{k}}-i\Gamma_{\mathbf{k}}$. Вещественная и мнимая части этого полюса, являющегося также полюсом функции Грина $G(\mathbf{k}, \omega)$, определяют, следовательно, энергетический спектр и время жизни возбуждений рассматриваемой системы фермионов. В зависимости от расстояния полюса от действительной оси время жизни будет большим или малым.