Плотность состояний $z(E) = \sum_n \delta(E - E_n)$ находят из (П.39) при использовании (П.40) и равенства

$$\lim_{\delta\to 0} \frac{1}{z + i\delta} = P\left(\frac{1}{z}\right) - i\pi\delta(z) \qquad (\text{П.43})^*$$

в вычислении выражения:

$$\int d\tau \operatorname{Im} G_+(\mathbf{r}, \mathbf{r}, E) = -\pi \sum_n \int d\tau\, \varphi_n(\mathbf{r})\, \varphi_n^*(\mathbf{r})\, \delta(E - E_n) =$$

$$= -\pi \sum_n \delta(E - E_n) = -\pi z(E). \qquad (\text{П.44})$$

Левую часть (П.44) можно трактовать как сумму диагональных элементов $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ функции Грина, следовательно, как Sp мнимой части G_+. Так как Sp оператора не зависит от избранного представления, (П.44) можно символически записать в виде

$$z(E) = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Sp} \operatorname{Im} G_+(E). \qquad (\text{П.45})$$

Для мнимой части комплексной диэлектрической проницаемости, которая определяется переходами между состояниями E_n (ср. ч. II, гл. IX, раздел Б), находим

$$\varepsilon_2(\omega) \infty \frac{1}{\omega^2} \int dE\, F(T, E, \hbar\omega) \times$$

$$\times \operatorname{Sp}\left\{(\mathbf{e}\cdot\operatorname{grad}) \operatorname{Im} G_+(E)\, (\mathbf{e}\cdot\operatorname{grad}) \operatorname{Im} G_+(E + \hbar\omega)\right\}. \qquad (\text{П.46})$$

Здесь F — функция, зависящая от статистического заполнения состояний при заданной температуре. Мы проверяем (П.46) с помощью следующего преобразования:

$$\varepsilon_2(\omega) \infty \frac{1}{\omega^2} \int dE\, d\tau_1\, d\tau_2\, F(T, E, \hbar\omega) \times$$

$$\times \left\{\mathbf{e}\cdot\operatorname{grad}_1 \operatorname{Im} \sum_n \frac{\psi_n^*(\mathbf{r}_1)\, \psi_n(\mathbf{r}_2)}{E - E_n + i\varepsilon}\right\} \left\{\mathbf{e}\cdot\operatorname{grad}_2 \operatorname{Im} \sum_{n'} \frac{\psi_{n'}^*(\mathbf{r}_2)\, \psi_{n'}(\mathbf{r}_1)}{E + \hbar\omega - E_{n'} + i\varepsilon}\right\} \infty$$

$$\infty \frac{1}{\omega^2} \int dE \sum_{nn'} |\langle n | \mathbf{e}\cdot\operatorname{grad} | n'\rangle|^2\, \delta(E - E_n)\, \delta(E + \hbar\omega - E_{n'})\, F(T, E, \hbar\omega) \infty$$

$$\infty \frac{1}{\omega^2} \sum_{nn'} |\langle n | \mathbf{e}\cdot\operatorname{grad} | n'\rangle|^2\, \delta(E_n - E_{n'} + \hbar\omega)\, F(T, E, \hbar\omega). \qquad (\text{П.47})$$

Это представляет собой, по существу, приведенную в ч. II, § 68 форму ε_2.

Теперь обратимся к определению функции Грина (П.39) при наличии заданного потенциала $V(\mathbf{r})$.

Функция Грина G_0 для свободных электронов легко определяется. Поскольку свободные электроны описываются посредством их волнового вектора $\mathbf{k}$, используем $\mathbf{k}$-представление G, т. е. фурье-образы по $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ функции $\langle\mathbf{k}|G_{0\pm}(E)|\mathbf{k}'\rangle$. Здесь $|\mathbf{k}\rangle$ — нормированные по основной области плоские волны.

---

*) В соответствующих равенствах (ч. I.13.13) и (ч. II.89.8) знак ошибочен!