установлено, что экранированный потенциал $V(\mathbf{r}, t)$ определяется из $V_a(\mathbf{r}, t)$ делением на зависящую от волнового вектора и частоты диэлектрическую проницаемость $\varepsilon(\mathbf{q}, \omega)$. Мы также получили уравнение Линдхарда (ч. I.13.12) для $\varepsilon(\mathbf{q}, \omega)$. Согласно (ч. I.13.19) статический потенциал иона решетки $V_i = -Ze^2/r$ в предельном случае малых $\mathbf{q}$ экспоненциально экранируется в соответствии с зависимостью $\varepsilon(\mathbf{q}) = 1 + \lambda^2/q^2$. Таким образом,

$$V(\mathbf{r}) = -\frac{Ze^2}{r}\exp(-\lambda r), \quad V(\mathbf{q}) = -\frac{4\pi e^2 Z}{V_g}\frac{1}{q^2+\lambda^2}, \qquad \lambda^2 = \frac{6\pi e^2 n}{E_F}. \tag{1.30}$$

Важнейший результат экранирования состоит в том, что фурье-образ $V(q)$ потенциала не является более сингулярным в пределе $q \to 0$ [сингулярности $V_i(\mathbf{q})$ и $\varepsilon(\mathbf{q})$ взаимно уничтожаются].

Иными являются соотношения в изоляторе (полупроводнике), где электронный газ полностью заполняет валентную зону. Заполненные состояния отделены в этом случае от незаполненных энергетической щелью. Далее будет показано, что в этом случае $\varepsilon(\mathbf{q})$ остается конечной при $\mathbf{q} \to 0$. Это приводит лишь к неполному экранированию ионов.

Зависящую от $\mathbf{q}$ диэлектрическую проницаемость можно получить из равенства

$$\varepsilon(\mathbf{q}) = 1 - \frac{4\pi e^2}{q^2}\sum_{\mathbf{k},\mathbf{K}_m} |\langle\mathbf{k}|\exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})|\mathbf{k}+\mathbf{q}+\mathbf{K}_m\rangle|^2 \times \frac{f_0(\mathbf{k}+\mathbf{q}+\mathbf{K}_m) - f_0(\mathbf{k})}{E(\mathbf{k}+\mathbf{q}+\mathbf{K}_m) - E(\mathbf{k})}, \tag{1.31}$$

где f_0 — распределение Ферми, $\mathbf{K}_m$ — вектор обратной решетки, $|\mathbf{k}\rangle$ — волновые функции рассматриваемых состояний зоны. Равенство (1.31) является обобщением уравнения Линдхарда (ч. I.13.12). Если в матричный элемент подставить в качестве волновых функций плоские волны, то получим в точности (ч. I.13.12), только в рассматриваемом здесь предельном случае $\omega = 0$. Мы не будем выводить (1.31). С этой целью можно обратиться, например, к книге Займана [23], в которой дан также другой вывод приведенного ниже соотношения (1.35).

Для того чтобы теснее привязаться к случаю свободного электронного газа, используем для описания полупроводника так называемую *модель Пенна.* Вспомним результаты модели почти свободных электронов из ч. I., § 19. Энергия свободного электрона вблизи поверхности зоны Бриллюэна следует из секулярного детерминанта