

В ч. I, § 12 путем введения экранированного кулоновского взаимодействия и замены выпадающих из-за этого вкладов плазмонными достигнут адекватный метод описания взаимодействующего электронного газа. Оператор Гамильтона в такой формулировке дается равенством (ч. I.12.8). При пренебрежении членами, описывающими электрон-плазмонное взаимодействие, он приводится к виду

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2m} + \frac{2\pi e^2}{V_g} \sum'_{ij} \sum_{k>k_c} \frac{\exp[i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)]}{k^2} + \frac{1}{2} \sum'_{k< k_c} \left(P_k^* P_k + \omega_p^2 Q_k^* Q_k - \frac{4\pi n e^2}{k^2} \right). \quad (1.43)$$

Первые два члена описывают кинетическую энергию и энергию взаимодействия экранированных электронов, а третий — энергию плазмонов без дальнодействующей компоненты собственной энергии электронного газа.

Корреляционная энергия состоит из двух частей.

1) Разность между энергией, возникающей из второго члена в (1.43) и соответствующим членом в приближении Хартри — Фока. Поскольку различие состоит в экранировании, т. е. в ограничении суммирования по k областью $k > k_c$, эта разность является как раз суммой недостающих членов

$$E_1 = \frac{2\pi e^2}{V_g} \sum'_{ij} \sum'_{k< k_c} \frac{\exp[i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)]}{k^2}. \quad (1.44)$$

2) В основном состоянии нет возбужденных плазмонов. Плазмонный вклад в третий член в (1.43) есть, таким образом, нулевая энергия плазона $\hbar\omega_p/2$

$$E_2 = \sum'_{k< k_c} \left(\frac{\hbar\omega_p}{2} - \frac{2\pi n e^2}{k^2} \right). \quad (1.45)$$

Энергию E_1 из (1.44) можно вычислить с помощью перехода от сумм к интегралам. Интегрирование представляет определенную трудность, поэтому не будем здесь его выполнять. Результат, при введении обозначения $\beta = k_c/k_F$, имеет вид

$$E_1 = \frac{0.916}{r_s} \left(\frac{4}{3} \beta - \frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta^4}{48} \right) Ry. \quad (1.46)$$

Соответственно из (1.45) находим

$$E_2 = \left(\frac{0.866\beta^3}{r_s^{3/2}} - \frac{1.222\beta}{r_s} \right) Ry. \quad (1.47)$$