Подстановка (1.67) в выражения для ожидаемого значения плотности тока $\mathbf{j}$ дает

$$\langle \mathbf{j} \rangle = \mathrm{Sp}\{\mathbf{j}\delta\rho\} = \frac{1}{i\hbar} \lim_{\alpha\to 0} \int_{-\infty}^{0} dt \exp(-i\omega t + \alpha t) \times$$
$$\times \mathrm{Sp}\left\{\mathbf{j} \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_0 t\right) [e\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}, \rho_0] \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_0 t\right)\right\}. \qquad (1.68)$$

Из (1.68) следует, что компоненты тензора проводимости определяются *формулой Кубо*:

$$\sigma_{\mu\nu} = \lim_{\alpha\to 0} \int_{-\infty}^{0} dt \exp(-i\omega t + \alpha t) K_{\mu\nu}, \qquad (1.69)$$

где

$$K_{\mu\nu} = \frac{1}{i\hbar} \mathrm{Sp}\left\{j_\mu \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_0 t\right) [er_\nu, \rho_0] \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_0 t\right)\right\}. \qquad (1.70)$$

Равенство (1.70) часто приводится в другой форме. Для этого оно преобразуется с использованием (1.62):

$$[r_\nu, \rho_0] = \rho_0 (\rho_0^{-1} r_\nu \rho_0 - r_\nu) =$$
$$= \rho_0 (\exp(H_0/k_B T) r_\nu \exp(-H_0/k_B T) - r_\nu) =$$
$$= \rho_0 \int_0^{1/k_B T} d\lambda \frac{d}{d\lambda} (\exp(\lambda H_0) r_\nu \exp(-\lambda H_0)) =$$
$$= \rho_0 \int_0^{1/k_B T} d\lambda \exp(\lambda H_0) [H_0, r_\nu] \exp(-\lambda H_0). \qquad (1.71)$$

Коммутатор $[H_0, r_\nu]$ можно, согласно квантовомеханическим уравнениям движения, заменить на $-i\hbar \dot{r}_\nu$. Принимая во внимание, что $-e\dot{r}_\nu = j_\nu$, получаем

$$[er_\nu, \rho_0] = i\hbar\rho_0 \int_0^{1/k_B T} d\lambda \exp(\lambda H_0) j_\nu \exp(-\lambda H_0) \qquad (1.72)$$

и, следовательно,

$$K_{\mu\nu} = \int_0^{1/k_B T} d\lambda\, \mathrm{Sp}\left\{\rho_0 j_\mu \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_0 (t - i\hbar\lambda)\right) j_\nu \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_0 (t - i\hbar\lambda)\right)\right\}.$$
$$(1.73)$$