невозмущенной цепочки при наличии внешней силы $F_n = -M\varepsilon\omega^2 s_0\delta_{n0}$, действующей на n-ый шарик. С помощью фурье-преобразования

$$s_n = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_q s(q)\exp(-iqan), \quad F_n = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_q F(q)\exp(-iqan) \qquad (2.33)$$

(N — число шариков в цепочке, периодические граничные условия) получаем уравнение

$$-\omega^2 Ms(q) + \left(4f\sin^2\frac{qa}{2}\right)s(q) = F(q). \qquad (2.34)$$

Следовательно,

$$s(q) = \frac{F(q)/M}{\omega_q^2 - \omega^2}, \quad \omega_q^2 = \frac{4f}{M}\sin^2\frac{qa}{2}. \qquad (2.35)$$

Домножение на $N^{-1/2}\exp(-iqam)$ и суммирование по q дает

$$s_m = \frac{1}{MN}\sum_{qn}\frac{F_n\exp[iqa(n-m)]}{\omega_q^2 - \omega^2}. \qquad (2.36)$$

При подстановке сюда F_n из (2.32) для $m = 0$ следует, что

$$\frac{\omega^2}{N}\sum_q \frac{1}{\omega^2 - \omega_q^2} = \frac{1}{\varepsilon}. \qquad (2.37)$$

Это уравнение имеет такую же структуру, как и уравнение (ч. II.82.7). Оно может быть решено графически. Это сделано на рис. 25. Снова видим тот же самый результат, что и полученный выше: для $\omega < \omega_0$ находим лишь слабое смещение по сравнению со случаем $\varepsilon = 0$; для $\omega > \omega_0$ отщепляется решение, если $M_0 < M$.

Уравнение (2.37) можно распространить на трехмерный случай. Для кубической решетки следует лишь заменить скалярную величину k вектором $\mathbf{k}$, распространить суммирование на все ветви фононного спектра и поделить на число ветвей.

Рассматриваемый до сих пор одномерный пример ограничен цепочкой идентичных шариков. Тогда возникает только акустическая ветвь, охватывающая диапазон частот от нуля до граничной частоты ω_0. Можно, таким образом, видеть, что только дефекты с положительным ε (меньшая масса M_0) порождают локализованные колебания решетки. Как наглядно показано на рис. 17, дискретный уровень отщепляется от дна или вершины зоны в зависимости от того, больше или меньше потенциал (масса) дефекта потенциала решетки (больше или меньше массы M). Поскольку здесь акустическая ветвь начинается уже при нулевой частоте, локализованное колебание может отщепиться только «вверх». Это обусловливается дефектами с $M_0 < M$.

Согласно этим соображениям в решетках с базисом, которые имеют в своем колебательном спектре как акустические, так и оп-